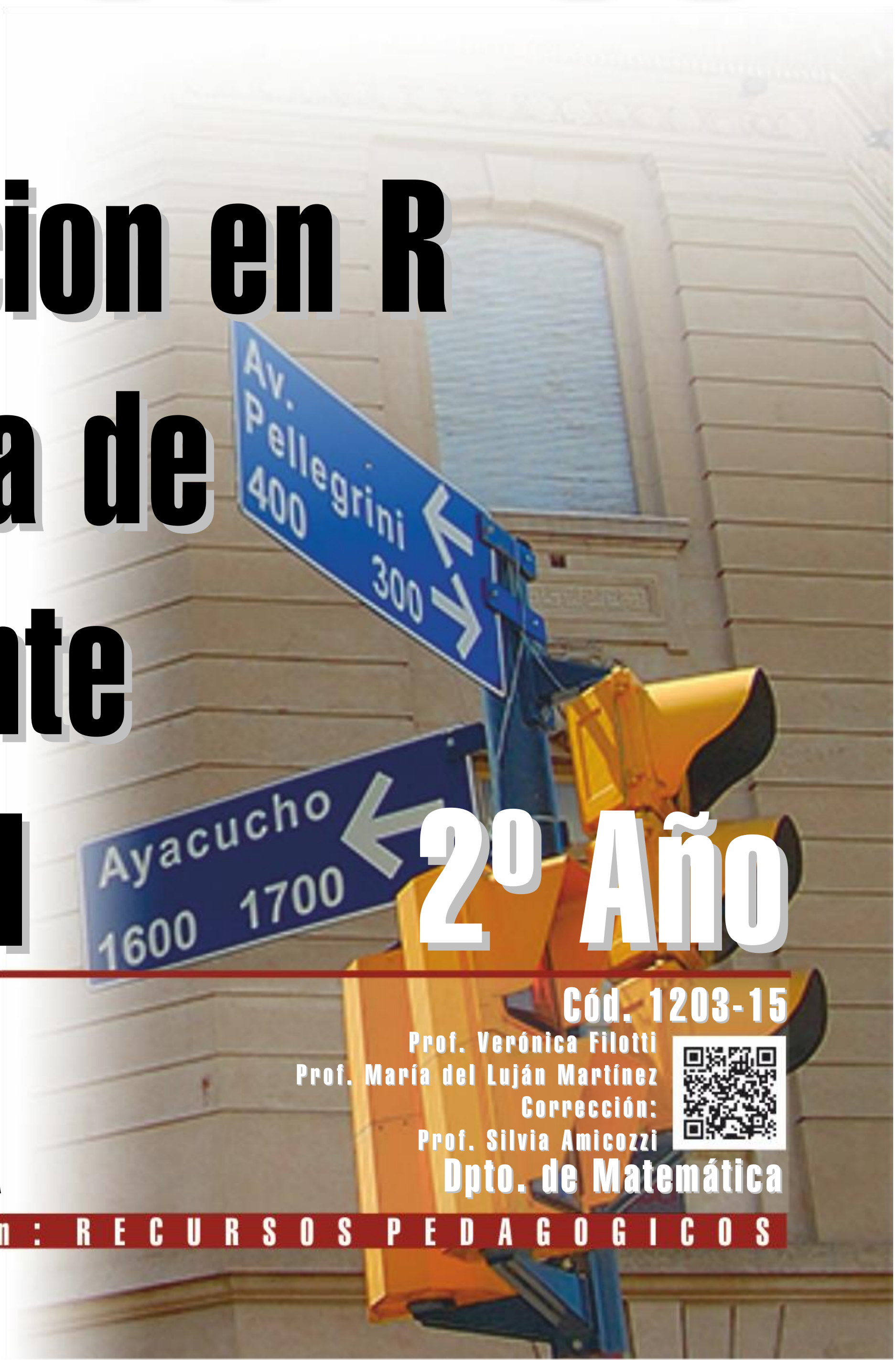
Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de

Radicacion en R Potencia de exponente racional



2º Año

Cód. 1203-15

Prof. Verónica Filotti
Prof. María del Luján Martínez
Corrección:
Prof. Silvia Amicozzi
Dpto. de Matemática

Matemática

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

La radicación en R

Te proponemos que resuelvas este problema:

"Encuentra el o los números cuyo cuadrado es igual a $\frac{16}{9}$"

En símbolos:

$$x^2 = \frac{16}{9}$$

Notemos que *x* puede asumir dos valores

$$x = \frac{4}{3} \qquad \text{o} \qquad x = -\frac{4}{3}$$

ya que como sabemos:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

¿Qué *valores de* x satisfacen las siguientes ecuaciones*?*

a) $x^3 = -\frac{27}{64}$

b) $x^2 = -\frac{1}{9}$

Observemos:

En a) sólo $x = -\frac{3}{4}$ satisface la igualdad pues $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 = -\frac{27}{64}$

En b) **¡No existe valor de *x*** que verifique la igualdad**!**, ya que ningún número real elevado al cuadrado da por resultado un número negativo. Es decir: $a^{2n} \geq 0,\ \forall a$

Conclusión:

Hallar la base de una cierta potencia conocida **puede tener una, dos o ninguna solución*.***

Este problema, de manera análoga a lo que ya estudiaste en R_0^+s, da lugar al concepto de **radicación en *R*:**

Si $n > 1, n \in N \quad \sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$

índice radical

$\sqrt[n]{a} = b$ ⟶ raíz

radicando

De esta manera:

Si $a \geq 0$, siempre existe $\sqrt[n]{a}$ Si $a < 0$, existe sólo si n es impar

Por ejemplo:

- $\sqrt{-\frac{1}{4}}$ no existe en R
- $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$ pues $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$
- $\sqrt[5]{1} = 1$ pues $1^5 = 1$
- $\sqrt[4]{\frac{1}{256}} = \pm\frac{1}{4}$ ya que $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(-\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{64}$

Actividades

1) Calcula, si existe, el o los valores que representa cada una de las letras:

$a = \sqrt{10000}$	$b = \sqrt[3]{8000}$	$c = \sqrt[3]{-1000}$
$d = \sqrt{-121}$	$e = \sqrt[4]{0{,}0016}$	$f = \sqrt[4]{\frac{81}{256}}$
$g = \sqrt[3]{0{,}027}$	$h = \sqrt{-\frac{75}{48}}$	$i = \sqrt{\frac{75}{48}}$

2) Completa con el signo que posee la raíz en cada caso:

Radicando / Índice	Positivo	Negativo
Impar		
Par		

3) Relaciona cada cálculo de la columna de la izquierda con su resultado en la columna de la derecha

La suma de la raíz cúbica de 27 y el cuadrado de 3	-1
La diferencia de la raíz quinta de 243 y tres a la cero	-24
La raíz cuarta del producto de 1000 por 0,001	1
La raíz séptima del cociente entre 64 y su opuesto	2
La diferencia entre el cubo de (-2) y la raíz cúbica de 4096	± 1
La raíz cúbica del producto de (-8) por su recíproco	12

4) Indica si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas. Justifica tu respuesta.

a)La ecuación $x^4 = 81$ tiene dos soluciones en R

b)La expresión $\sqrt{-5}$ no representa ningún punto en el eje real

c) $\sqrt[5]{-4{,}3481} \notin$ R

d) $\sqrt[6]{(-2)^6}$ es un número natural

e)La longitud del lado de un cuadrado inscripto en una circunferencia de 7 cm. de radio es $\sqrt{98}$ cm.

PROPIEDADES DE LOS RADICALES

A los fines de que las propiedades que estudiaremos sean válidas en el conjunto de los números reales, es necesario que los radicales tengan solución y sea única de modo que si la raíz tiene índice par el radicando deberá ser no negativo y de sus dos posibles soluciones solo se considera la positiva.

1. $\sqrt[n]{a^n} = a$; $a > 0$

2. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$; $a > 0$

3. $\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ **Propiedad distributiva de la radicación con respecto a la multiplicación**

4. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; $b \neq 0$ **Propiedad distributiva de la radicación con respecto a la división.**

5. $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

6. $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n.p]{a}$ **Propiedad raíz de otra raíz**

7. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[k.n]{a^{k.m}}$

Demostración propiedad 3:

Si $\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ entonces, por definición de radicación $\left(\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}\right)^n = a.b$

Entonces demostraremos: $\left(\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}\right)^n = a.b$

$$\left(\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}\right)^n \underset{(1)}{=} \left(\sqrt[n]{a}\right)^n.\left(\sqrt[n]{b}\right)^n \underset{(2)}{=} a.b$$

(1) $(p.q)^n = p^n.q^n$
(2) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$

Por lo tanto queda demostrada esta propiedad

Se pueden demostrar las propiedades 4; 5; 6 y 7 en forma análoga a la propiedad 3

Actividades

5) Resuelve ,aplicando propiedades

a) $\sqrt{\frac{1}{900}}$

b) $\sqrt{\sqrt{256}}$

c) $\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{27}}}}$

d) $\sqrt{8}\,.\,\sqrt{2}=$

e) $\sqrt[5]{2}\,.\,\sqrt[5]{16}$

f) $\sqrt{\frac{25}{64}}\cdot\sqrt{\frac{81}{a^2}}$

g) $\sqrt[3]{\frac{1}{a}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$

h) $\frac{\sqrt{x\ a^3}}{\sqrt{x^3 a}}$

i) $\frac{\sqrt[3]{8ab^2}\ \sqrt[3]{27b^4}}{\sqrt[3]{ab^3}}$

Ejemplos resueltos

- $\sqrt[3]{a^2}\ \sqrt[4]{a}=\sqrt[3.4]{a^{2.4}}\ \ \sqrt[4.3]{a^{1.3}}=\sqrt[12]{a^8}\ \ \sqrt[12]{a^3}=\sqrt[12]{a^8.a^3}=\sqrt[12]{a^{11}}$
- $\frac{\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}=\frac{\sqrt[3.2]{b^{2.2}}}{\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{\frac{b^4}{b}}=\sqrt[6]{b^3}=\sqrt{\sqrt[3]{b^3}}=\sqrt{b}$

j) $\sqrt{2}\ \sqrt[3]{3a}\ \sqrt[4]{\frac{1}{2}a}$

k) $\frac{\sqrt[3]{a^2b}}{2\sqrt[6]{abc}\ \sqrt{ab}}$

l) $\frac{\sqrt{3a}\ \sqrt[3]{2a}}{\sqrt{2a}}$

m) $\sqrt[5]{3x}\ \sqrt{\frac{1}{2}xy}$

m) n) $\sqrt[3]{a^2}\ \sqrt{b}\ \sqrt[4]{2a}$

ñ) $\frac{a\ \sqrt{ab}\ \sqrt[3]{3a}}{\sqrt[6]{ab}}$

6) Introduce factores dentro del radical

Ejemplo:

- $b\sqrt[3]{ab}=\sqrt[3]{b^3}\ \sqrt[3]{ab}=\sqrt[3]{a\,b^4}$

a) $5\sqrt[5]{2\,b^2}$

b) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{4}{5}x}$

c) $a^3b\sqrt[6]{ab^2}$

7) Extrae factores fuera del radical

Ejemplos:

- $\sqrt{125x^2} = \sqrt{5^3 x^2} = \sqrt{5^2\,5\,x^2} = \sqrt{5^2}\,\sqrt{5}\,\sqrt{x^2} = 5x\sqrt{5}$
- $\sqrt{x^2 + x^3} = \sqrt{x^2(1+x)} = x\sqrt{1+x}$

a) $\sqrt{144\,b^2\,x}$

b) $\sqrt[4]{32\,a^5\,b^4}$

c) $\sqrt[3]{27a + 54b}$

d) $\sqrt{\dfrac{n^2}{16} - \dfrac{n^6}{4}}$

8) Resuelve las sumas algebraicas propuestas:

Ejemplos

- $2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \dfrac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(2 - 5 + \dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{5}{2}\sqrt{2}$
- $4\sqrt{3} + 5\sqrt{12} + 2\sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2^2\,3} + 2\sqrt{5^2\,3} = 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

a) $\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{5} - \dfrac{1}{3}\sqrt[3]{5}$

b) $\sqrt{3} - \sqrt{108} - 5\sqrt{48}$

c) $\sqrt{a^3} + a\sqrt{16\,a} - a^{-1}\sqrt{a^5}$

d) $3a\sqrt[3]{2\,x^3} - 2ax\sqrt[3]{16}$

e) $-3\sqrt[5]{a} + \sqrt[10]{a^2}$

f) $3\sqrt[6]{8\,x^3} - 2\sqrt[4]{4\,x^2} + \sqrt[10]{32\,x^5}$

9) Verifica las siguientes igualdades

a) $\sqrt{3a}\left(\sqrt{27a} - \sqrt{2}\right) = 9a - \sqrt{6a}$

b) $\sqrt[3]{a}\left(\sqrt[3]{a^5} - \sqrt[3]{a^2}\right) = a.(a-1)$

c) $\sqrt{3} - \sqrt{12x} - \sqrt{27b^2} = \sqrt{3}.\left(1 - 2\sqrt{x} - 3b\right)$

d) $\dfrac{\sqrt{\left(1 + \dfrac{5}{4}\right)a\sqrt{169 - 144}}}{\sqrt{a}} = \dfrac{15}{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{8}.\sqrt{2}}{\sqrt{a}.\sqrt{a^3}} = \dfrac{4}{a^2}$

f) $\sqrt{\dfrac{a^2}{16}+\dfrac{a^3}{9}}=\dfrac{a}{12}\sqrt{9+16a}$

g) $\sqrt{288b^4x^6}=12b^2x^3\sqrt{2}$

h) $\sqrt[3]{-343b^{-3}c^3}=-\dfrac{7c}{b}$

i) $\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{\dfrac{2b}{a}}=\sqrt[3]{\dfrac{2a^2}{b^2}}$

j) $\dfrac{a}{x-y}.\sqrt[3]{\dfrac{x-y}{a}}=\sqrt[3]{\dfrac{a^2}{(x-y)^2}}$

10) Dados $p=\dfrac{1}{2}\sqrt{20}+2$ y $q=-8+\dfrac{1}{5}\sqrt{125}$ **,** calcula:

a) $p+q=$ c) $p.(-p)=$ e) $3.p-2.q=$

b) $p-q=$ d) $p^2-q^2=$

Racionalización de denominadores

Racionalizar un denominador es encontrar una expresión equivalente a la dada sin radicales en el denominador

Caso 1

a) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

b) $\dfrac{4}{\sqrt[3]{2a^2}}=\dfrac{4}{\sqrt[3]{2a^2}}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{2^2a}}{\sqrt[3]{2^2a}}=\dfrac{4.\sqrt[3]{2^2a}}{\sqrt[3]{2^3a^3}}=\dfrac{2.\sqrt[3]{4a}}{a}$

Caso 2

$$\frac{6}{\sqrt{5}+1}=\frac{6}{\left(\sqrt{5}+1\right)}\cdot\frac{\sqrt{5}-1}{\left(\sqrt{5}-1\right)}=\frac{6\left(\sqrt{5}-1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-1}=\frac{3\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}$$

Actividades

11) Racionaliza los denominadores de cada una de las siguientes expresiones

a) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

c) $\dfrac{3}{1+\sqrt{2}}$

d) $\dfrac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

e) $\dfrac{5}{\sqrt[3]{2bc}}$

f) $\sqrt[5]{\dfrac{ab}{c^2 d}}$

g) $\dfrac{5}{\sqrt{\sqrt{a-b}}}$

h) $\dfrac{3(x+y)}{\sqrt{x+y}}$

i) $\dfrac{2-x}{\sqrt{2}-\sqrt{x}}$

j) $\dfrac{a^2-b}{a+\sqrt{b}}$

k) $\dfrac{1}{1-\sqrt{xy}}$

l) $\dfrac{5}{2\sqrt{x}+3\sqrt{y}}$

POTENCIA DE EXPONENTE RACIONAL

Se define

$$\boxed{\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}} \quad \text{con} \quad p \in Z \wedge q \in N}$$

La validez de esta igualdad y de las expresiones que aparecerán a continuación está limitada por las restricciones anteriormente consignadas para los radicales y potencias.

Ejemplos:

i) $2^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^3} = \left(\sqrt[5]{2}\right)^3$

ii) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{-3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-3}} = \left(\sqrt[4]{\dfrac{1}{3}}\right)^{-3}$

iii) $(-3)^{-\frac{4}{3}} = (-3)^{\frac{-4}{3}} = \sqrt[3]{(-3)^{-4}} = \left(\sqrt[3]{-3}\right)^{-4}$

Actividades

12) Completa según se indica en el ejemplo

$a^{\frac{p}{q}}$	$\sqrt[q]{a^p}$	$\left(\sqrt[q]{a}\right)^p$
$(-2)^{-\frac{3}{5}}$	$\sqrt[5]{(-2)^{-3}}$	$\left(\sqrt[5]{(-2)}\right)^{-3}$
$\left(-\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$		
	$\sqrt[6]{3^4}$	
		$\left(\sqrt[3]{(-1)}\right)^5$

PROPIEDADES DE LA POTENCIA DE EXPONENTE RACIONAL

La potencia de exponente racional unifica propiedades ya vistas para la potencia de exponente entero. O sea, que deberá justificarse por ejemplo:

$$p \in Z \wedge q \in N\ ; \quad (ab)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{p}{q}} b^{\frac{p}{q}}$$

En efecto

$$(ab)^{\frac{p}{q}} \overset{(1)}{=} \sqrt[q]{(ab)^p} \overset{(2)}{=} \sqrt[q]{a^p b^p} \overset{(3)}{=} \sqrt[q]{a^p}\,\sqrt[q]{b^p} \overset{(1)}{=} a^{\frac{p}{q}}.b^{\frac{p}{q}}$$

(1) por definición de potencia de exponente racional
(2) la potencia es distributiva respecto de la multiplicación
(3) por la propiedad de radicación $\sqrt[q]{xy} = \sqrt[q]{x}.\sqrt[q]{y}$

De forma análoga se pueden demostrar la validez de las restantes propiedades de la potencia de exponente racional.

Completa :

Forma Simbólica	*Forma Coloquial*
$(ab)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{p}{q}} b^{\frac{p}{q}}$	
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ .$	
$a^{\frac{p}{q}}.a^{\frac{r}{s}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots$	
$\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots$	
$\dfrac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots$	

Actividades

13) Escribe en forma de potencia, cada uno de los siguientes radicales y viceversa.

a) $\sqrt[3]{a^2}$ c) $\dfrac{5}{\sqrt[3]{a^2 b}}$ e) $x^{-\frac{2}{5}}$

b) $(ab)^{-\frac{2}{3}}$ d) $\dfrac{\sqrt{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a^2}}$ f) $a^{\frac{5}{2}}.b^{\frac{3}{4}}$

14) Determina si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifica

a) $a^{\frac{1}{2}}.\sqrt{a^{\frac{2}{5}}} = a^{\frac{7}{10}}$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{a^{\frac{2}{5}}\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2}}{a^{-\frac{1}{2}}} = a^{\frac{19}{30}} b^{\frac{2}{9}}$

b) $\left(a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}\right):\sqrt{a}=\sqrt{a}$

c) $\dfrac{a^{\frac{4}{5}}:\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[4]{a^{-1}}}=a^{\frac{13}{20}}$

d) $\left(x^{\frac{1}{5}}\sqrt{x}\right):x^{\frac{3}{5}}=\sqrt[10]{x}$

e) $\left(\sqrt{a^{-1}}:\sqrt[3]{a^5}\right).a^{\frac{3}{2}}=\sqrt[3]{a^{-2}}$

g) $\left[\dfrac{8a^{-3}b^{\frac{1}{4}}}{64a^{\frac{1}{3}}b^{-2}}\right]^{-\frac{1}{3}}=\dfrac{2a^{\frac{10}{9}}}{b^{\frac{3}{4}}}$

h) $\left[\dfrac{a^{-5}b^{\frac{5}{4}}}{32^{-1}x^{\frac{4}{5}}}\right]^{-\frac{1}{5}}=\dfrac{a\,b^{\frac{1}{4}}}{2\,x^{\frac{4}{5}}}$

i) $\left[\dfrac{\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{5}}.\sqrt[3]{a^2}}{a^{-\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{31}{60}}$

15) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt[x]{\sqrt[x]{\sqrt[x]{13}}}=\sqrt[8]{13}$

b) $\dfrac{x-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{8}}{x+\sqrt{3}}$

c) $\dfrac{2x-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{18}+2x}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{x^5}}=(2)^{\frac{1}{3}}$

e) $\dfrac{5x+\sqrt{7}}{3^{\frac{1}{2}}}=3\cdot\sqrt{\dfrac{7}{3}}$

f) $x+8^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\left(\dfrac{1}{x^{-1}}+8^{\frac{1}{2}}\right)^2}{x-\sqrt{8}}$

g) $\left(7x^2-14\right)\left(x+\sqrt{3}\right)=0$

h) $\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{3}}=5$

i) $\sqrt{22+\sqrt{x}=6}$

j) $3x=\left(1-\sqrt{5}\right).\left(\sqrt{5}+1\right)$

k) $\sqrt{2}.x+1=5\sqrt{3}-\sqrt{12}$

l) $3x-\dfrac{\sqrt{2}}{5}=1-\sqrt{18}$

Respuestas

1) a)100 o -100 b)20 c)-10 d)No existe e)0,2 o -0,2 f) $\frac{3}{4}$ o $-\frac{3}{4}$

g)0,3 h) No existe i) $\frac{5}{4}$ o $-\frac{5}{4}$

2) A cargo del alumno

3) a)12 b)2 c)+1 o -1 d)-1 e)-24 d)1

4) a)V b)V c)F d) V e) V

5) a) $\frac{1}{30}$ b)4 c) 3 d) 4 e) 2 f) $\frac{45}{8a}$ g) $\frac{1}{a}$ h) $\frac{a}{x}$ i)6b j) $\sqrt[12]{648a^7}$

k) $\frac{1}{2}\sqrt[12]{\frac{1}{c}}$ l) $\sqrt[6]{\frac{27}{2}a^2}$ m) $\sqrt[10]{\frac{9}{32}x^7y^5}$ n) $\sqrt[12]{2^3a^{11}b^6}$ ñ) $a\sqrt[6]{3^2a^4b^2}$

6) a) $\sqrt[5]{6250b^2}$ b) $\sqrt{\frac{16x}{45}}$ c) $\sqrt[6]{a^{19}b^8}$

7) a)$12b\sqrt{x}$ b)$2ab\sqrt[4]{2a}$ c)$3\sqrt[3]{a+2b}$ d)$\frac{n}{4}\sqrt{1-4n^4}$

8) a) $\frac{14}{3}\sqrt[3]{5}$ b)$-25\sqrt{3}$ c)$4a\sqrt{a}$ d)$-ax\sqrt[3]{2}$ e)$-2\sqrt[5]{a}$ f)$2\sqrt{2x}$

9) A cargo del alumno

10) a) $-6+2\sqrt{5}$ b)10 c) $-9-4\sqrt{5}$ d) $-60+20\sqrt{5}$ e) $22+\sqrt{5}$

11) a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ b) $\frac{\sqrt[3]{x}}{x}$ c) $-3\left(1-\sqrt{2}\right)$ d) $\frac{a\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a-b}$ e) $\frac{-5\sqrt[3]{4b^2c^2}}{2bc}$

f) $\frac{\sqrt[5]{abc^3d^4}}{cd}$ g) $\frac{5\sqrt[4]{(a-b)^3}}{a-b}$ h) $3\sqrt{x+y}$ i) $\sqrt{2}+\sqrt{x}$

j) $a-\sqrt{b}$ k) $\frac{1+\sqrt{xy}}{1-xy}$ l) $\frac{5\left(2\sqrt{x}-3\sqrt{y}\right)}{4x-9y}$

12) A cargo del alumno

13) a) $a^{\frac{2}{3}}$ b) $\sqrt[3]{(ab)^{-2}}$ c) $\frac{5}{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}}$ d) $a^{-\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{3}}$ e) $\sqrt[5]{x^{-2}}$ f) $\sqrt{a^5}\sqrt[4]{b^3}$

14) a)V b)F c)V d)V e) V f)V g)V h)F i) V

15) a) $x=2$ b) $x=\pm 3$ c) $x=\pm\frac{\sqrt{19}}{2}$ d) $x=\sqrt[5]{4}$ e) $x=\frac{2\sqrt{7}}{5}$ f) $x=-\sqrt{8}$

g) $x=\pm\sqrt{2} \vee x=-\sqrt{3}$ h) $x=1$ i) $x=196$ j) $x=-\frac{4}{3}$ k) $x=\frac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

l) $-\frac{1}{3}-\frac{14}{15}\sqrt{2}$

BIBLIOGRAFIA

- **PREM 8 Buschiazzo,Cattaneo,Gonzalez,Hinrichsen,Filipputti,Lagreca.Editora UNR**
- **Matemática Activa II - Masco,Cattaneo,Hinrichsen- Edit.Universitaria**
- **Matemática 8 de Julia Seveso y otros - Serie Vértice - Editorial Kapeluz**
- **Matemática 9 de Julia Seveso y otros - Serie Vértice - Editorial Kapeluz**
- **Álgebra Intermedia de Allen R. Angel (Sexta Edición) . Editorial Pearson**
- **Matemática I - Polimodal – Kaczor, Schaposchnik,Franco,Cicala,Díaz– Edit Santillana**
- **Matemática I. Ciencias. Polimodal - Álvarez, Alvarez, Martinez – Editorial Vincent Vives.**